

 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		03
	Julio - 2020	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	
Material: Calculadora no programable				Hoja 1 de 10

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA
Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2019/20.

INSTRUCCIONES GENERALES

- Dispone de 90 minutos para realizar el examen.
- Sí se permite el uso de calculadora pero debe ser no programable ni con capacidades gráficas.
- Mientras tenga el examen en su poder **SÓLO** puede comunicarse con los miembros del Tribunal de examen. Cualquier otro tipo de comunicación o uso de dispositivos o materiales no autorizados supondrá la retirada del examen, lo que será reflejado en el Acta como **COPIA ILEGAL**.
- El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro.
- No puede utilizar ningún tipo de corrector (Tipp-Ex)
- No puede utilizar ninguna hoja que no haya sido entregada por algún miembro del Tribunal de examen. Las hojas de respuesta deben ir numeradas en las casillas que aparecen en la parte inferior.
- El examen está traducido al inglés con el objetivo de facilitar la comprensión de las preguntas, pero **DEBE CONTESTARSE EN ESPAÑOL**. En caso de que considere que hay alguna diferencia de interpretación entre la parte en español y la parte traducida al inglés, prima el examen original realizado en español.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La prueba consta de tres partes

PRIMERA PARTE: Quince preguntas tipo test de las cuales puede responder a diez y solo a diez. Valor total de esta parte 5 puntos. Cada pregunta de tipo test ofrece tres opciones para la respuesta de las que sólo una es correcta. Se puntúa de la forma siguiente:

- La respuesta correcta suma 0,5 puntos.
- La respuesta incorrecta resta 0,15 puntos.
- La respuesta en blanco o marcada incorrectamente se valora con 0 puntos.

Para contestar a esta parte debe utilizarse la hoja de respuestas Tipo Test. Es **MUY IMPORTANTE** leer las instrucciones sobre cómo deben marcarse las respuestas.

SEGUNDA PARTE: Dos problemas de desarrollo de los cuales puede responder a uno y solo a uno de ellos. Valor total de esta parte 2,5 puntos

TERCERA PARTE: Dos problemas de desarrollo de los cuales puede responder a uno y solo a uno de ellos. Valor total de esta parte 2,5 puntos

Las dos partes de problemas se contestarán en hojas aparte y las tres partes se entregarán conjuntamente.

 03100825		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		03
	Julio - 2020	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	
Material: Calculadora no programable				Hoja 2 de 10

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA
Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2019/20.

GENERAL INSTRUCTIONS

- The duration of the exam is of 90 minutes.
- It is allowed to use only calculators that are non-programmable and without graphing capabilities.
- While you have the exam in your possession, you can **ONLY** contact the members of the Examining Board. Any other type of communication or use of unauthorized devices or materials will mean the withdrawal of the exam, which will be reflected in the Minutes as **ILLEGAL COPY**.
- The exam must be done with a black or blue pen.
- Correction fluids (Tipp-Ex) are not allowed.
- Only use the sheets provided by a member of the Examining Board. The answer sheets should be numbered in the boxes that appear at the bottom.
- The exam is translated into English in order to facilitate the understanding of the questions, but **MUST BE ANSWERED IN SPANISH**. In the case that you consider that there is any difference in interpretation between the part in Spanish and the part translated into English, the original exam conducted in Spanish prevails.

SCORING CRITERIA

The exam has three parts

FIRST PART: Fifteen test questions of which you can answer ten and only ten. Total value of this part 5 points. Each test question offers three options for the answer of which only one is correct. It is scored as follows:

- The correct answer adds 0.5 points.
- The wrong answer subtracts 0.15 points.
- The blank or incorrectly marked answer is valued at 0 points.

To answer this part, use the Test Type answer sheet. It is **VERY IMPORTANT** to read the instructions on how the answers should be marked.

SECOND PART: Two development problems of which you can answer one and only one of them. Total value of this part 2.5 points

THIRD PART: Two development problems of which you can answer one and only one of them. Total value of this part 2.5 points

The two parts of problems will be answered on separate sheets and the three parts will be delivered together.



03100825



Matemáticas (PCE)

100

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

03

Julio - 2020

Duración: 90 min.

EXAMEN: Tipo -
Mixto

Material: Calculadora no programable

Hoja 3 de 10

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2019/20.

PRIMERA PARTE: PREGUNTAS TIPO TEST

Modelo 1

Responda un máximo de 10 de las siguientes preguntas tipo test porque solo se corregirán las diez primeras respuestas

1- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

la suma de los elementos de la diagonal principal de la matriz $A - 3I$, siendo I la matriz identidad es:

- a) -5
- b) -3
- c) 0

2- La inversa de la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

es:

- a) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3- Sean A y B dos matrices 2×2 . La igualdad:

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

se cumple:

- a) siempre
- b) solo si $AB = BA$
- c) solo si $A = B$

4- Los vectores $\vec{v}_1 = (2, -1, 0)$, $\vec{v}_2 = (1, 2, 1)$ y $\vec{v}_3 = (3, 1, 1)$ son:

- a) son base de \mathbb{R}^3
- b) son linealmente independientes
- c) son linealmente dependientes

5- El rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

es:

- a) uno
- b) dos
- c) tres

6- Sea A una matriz cuadrada de tamaño 3×3 . Si el determinante de A es 3 entonces el determinante de la matriz inversa A^{-1} es:

- a) $\det(A^{-1}) = -3$
- b) $\det(A^{-1}) = 1/3$
- c) $\det(A^{-1}) = 3$

7- Toda matriz A que verifica que $A^4 = I$, siendo I la matriz identidad, satisface la siguiente propiedad:

- a) $A^{-1} = A^3$, siendo A^{-1} la matriz inversa
- b) el determinante de A es 1
- c) $A^2 = A^T$, siendo A^T la matriz traspuesta



03100825



Matemáticas (PCE)

100

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

03

Julio - 2020

Duración: 90 min.

EXAMEN: Tipo -
Mixto

Material: Calculadora no programable

Hoja 4 de 10

PRIMERA PARTE: PREGUNTAS TIPO TEST (continuación)

Modelo 1

8- Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

si X es la solución de la ecuación matricial:

$$AX + B + C = I,$$

siendo I la matriz identidad, entonces el elemento de la primera fila y la primera columna de X es:

- a) -3
- b) -2
- c) 3

9- El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

- a) tiene una única solución
- b) no tiene solución
- c) tiene infinitas soluciones

10- El área del triángulo formado por los vértices $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 2)$ y $C(0, 1, 1)$ es:

- a) 1
- b) $\sqrt{2}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11- Las rectas $r : x - 1 = y + 1 = z - 2$ y

$$s : x + 2 = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 1}{4}$$

- a) no se cortan en ningún punto
- b) se cortan en un único punto
- c) son coincidentes

12- La ecuación del plano que es perpendicular a los planos $\pi_1 : x + y - z = 1$ y $\pi_2 : x - y + z = 7$ y pasa por el origen $P(0, 0, 0)$ es:

- a) $x - 2y + z = 0$
- b) $y = 0$
- c) $y + z = 0$

13- La distancia entre los planos

$$\pi_1 : x + 2y + z = 1 \quad \text{y} \quad \pi_2 : x + 2y + z = 3$$

es:

- a) $2\sqrt{3}$
- b) 2
- c) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

14- Dado el plano

$$\pi : x + y - 2z = -1$$

y la recta

$$r : x - 1 = -y = z$$

se verifica que:

- a) la recta está contenida en el plano
- b) se cortan en un único punto
- c) la recta es paralela al plano y no se cortan

15- La ecuación del plano que pasa por los puntos $P(1, 0, 0)$, $Q(1, 1, 1)$ y $R(2, -1, 1)$ es:

- a) $2x + y - z = 2$
- b) $x + y - z = 1$
- c) $2x + y - 2z = 1$

		Matemáticas (PCE)		100
		PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD		
03100825	Julio - 2020	Duración: 90 min.	EXAMEN: Tipo - Mixto	
Material: Calculadora no programable				Hoja 5 de 10

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

Modelo 1

Elija uno, y solo uno, de los dos siguientes problemas. En caso de responder parcial o totalmente a los dos problemas solo se corregirá el problema 1. Si no quiere que se corrija el problema 1 táchelo.

Problema 1

Calcule las siguientes integrales

a) (1 punto)

$$\int x^3 \ln(x^4 + 1) dx$$

b) (0,75 puntos)

$$\int \frac{e^{2x} + 1}{(e^{2x} + 2x)^2} dx$$

c) (0,75 puntos)

$$\int \frac{1}{(x + 1)^2 + 4} dx$$

Problema 2

Se considera la siguiente función:

$$f : [0, 2\pi] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \quad \cos^2 x$$

a) (0,5 puntos) Estudie si la función es par (es decir, verifica que $f(x) = f(-x)$ para todo $x \in [0, 2\pi]$) o es impar (es decir, verifica que $f(x) = -f(-x)$ para todo $x \in [0, 2\pi]$)

b) (1,5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcule los extremos relativos si existen (solo en el intervalo $[0, 2\pi]$)

c) (0,5 puntos) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de f .



03100825



Matemáticas (PCE)

100

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

03

Julio - 2020

Duración: 90 min.

EXAMEN: Tipo -
Mixto

Material: Calculadora no programable

Hoja 6 de 10

TERCERA PARTE: PROBLEMAS

Modelo 1

Elija uno, y solo uno, de los dos siguientes problemas. En caso de responder parcial o totalmente a los dos problemas solo se corregirá el problema 1. Si no quiere que se corrija el problema 1 táchelo.

Problema 1

Pedro forma parte de un experimento médico que prueba el efecto de cierta medicina frente a una enfermedad. La mitad de las personas toman la medicina y la otra mitad toma una píldora de azúcar, que no tiene ningún efecto contra la enfermedad. La medicina tiene un 60 % de éxito. Pero las personas que no toman la medicina todavía tienen un 10 % de oportunidades de ponerse bien.

- (0.5 puntos) Dibuje un diagrama de árbol (o árbol de probabilidad) que recoja las probabilidades de los sucesos descritos.
- (1 punto) Calcule la probabilidad de que una persona escogida al azar se ponga bien.
- (1 punto) Si Pedro se ha curado, encuentre la probabilidad de que haya tomado la píldora de azúcar.

Problema 2

$$p(A) = \frac{4}{9}, p(B) = \frac{1}{2} \text{ y } p(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

se pide:

- (0,75 puntos) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.
- (1 punto) Calcular $p(\bar{A}|B)$ siendo \bar{A} el suceso complementario de A .
- (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de $\bar{A} \cup \bar{B}$.